Elementi di Crittoanalisi

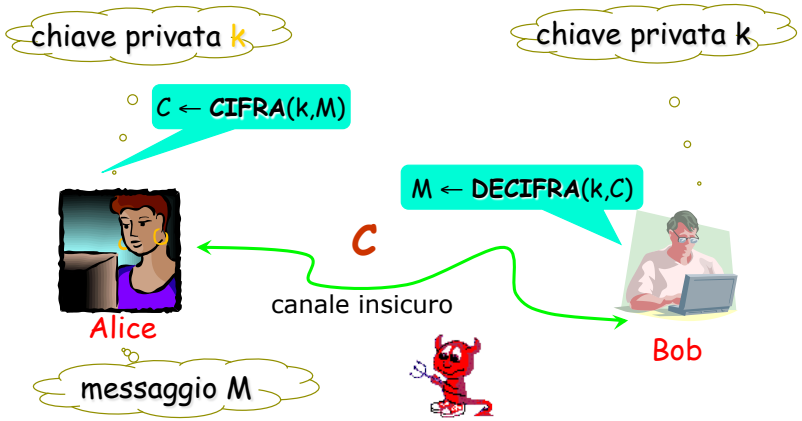
Alfredo De Santis
Dipartimento di Informatica
Università di Salerno

ads@dia.unisa.it
http://www.dia.unisa.it/professori/ads

Marzo 2012

Indice

Cifrari simmetrici



Principio di Kerckhoffs

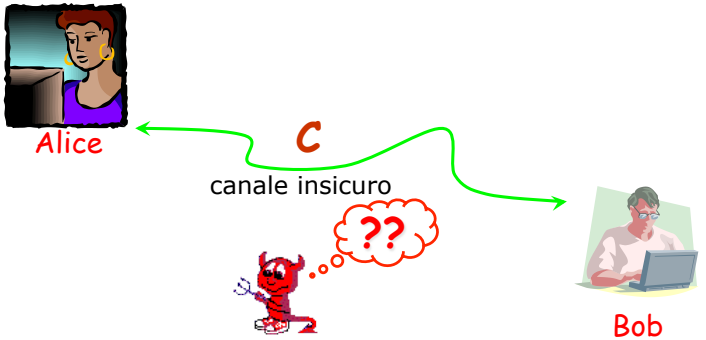
La sicurezza di un crittosistema deve dipendere
solo dalla segretezza della chiave e
non dalla segretezza dell'algoritmo usato.

Jean Guillaume Hubert Victor Francois Alexandre Auguste Kerckhoffs von Nieuwenhof (1835-1903), filologo olandese,
"La Criptographie Militarie" [1883]

Crittoanalisi

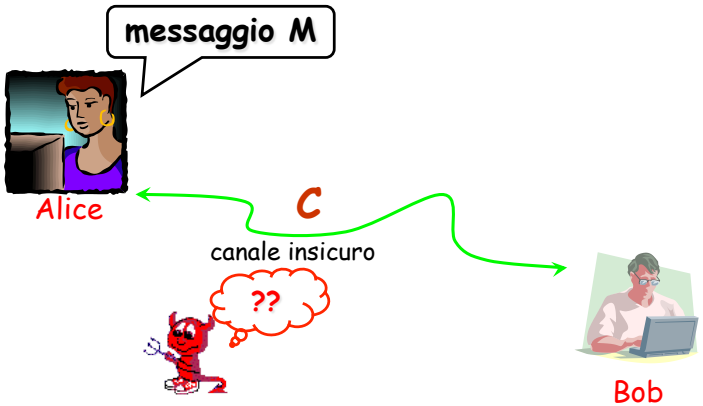
- Tipi di attacchi:
  - Known Ciphertext Attack
  - Known Plaintext Attack
  - Chosen Plaintext Attack
  - Chosen Ciphertext Attack

Known Ciphertext Attack



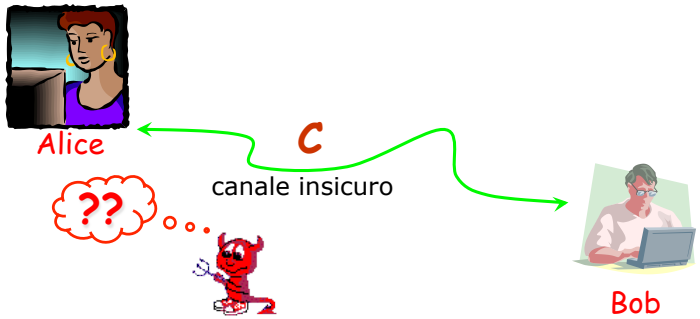
L'avversario conosce solo il testo cifrato

Known Plaintext Attack



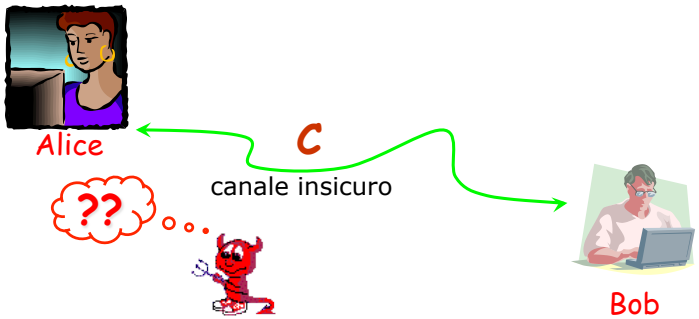
L'avversario conosce anche il testo in chiaro

Chosen Plaintext Attack



L'avversario può ottenere la cifratura di testi in chiaro di sua scelta

Chosen Ciphertext Attack



L'avversario può ottenere la decifratura di testi cifrati di sua scelta

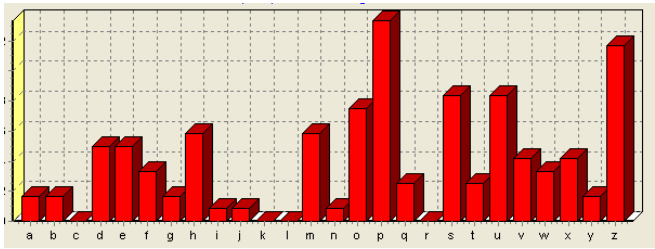
Known Ciphertext Attack
Cifrario a sostituzione

- Assumiamo che il testo in chiaro sia in lingua inglese, senza "spazi" e punteggiatura
- Esempio di testo cifrato:

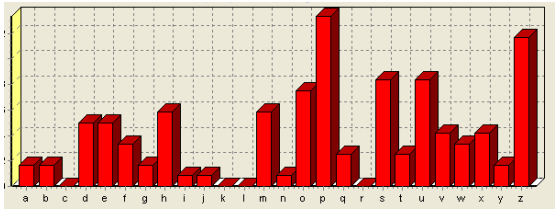
UZQSOVUOHXMOPVGPOZPEVSGZWS
ZOPFPESXUDBMETSXAIZVUEPHZMD
ZSHZOWSFPAPPDTSVPQUZWYMXUZ
UHSXEPYEPOPDZSZUFPOMBZWPFUP
ZHMDJUDTMOHMQ

Known Ciphertext Attack
Cifrario a sostituzione

P	13.33	H	5,83	F	3,33	B	1,67	C	0
Z	11.67	D	5,00	W	3,33	G	1,67	K	0
S	8.33	E	5,00	Q	2,50	Y	1,67	L	0
U	8.33	V	4,17	T	2,50	U	0,83	N	0
O	7,50	X	4,17	A	1,67	J	0,83	R	0
M	6,67								



Known Ciphertext Attack
Cifrario a sostituzione



P = E? Z = T? Digramma più frequente: ZW … TH?

UZQSOVUOHXMOPVGPOZPEVSGZWSZOPFPESXUDBMETSX
T E E TE TH T E E
AIZVUEPHZMDZSHZOWSFPAPPDTSVPQUZWYMXUZUHSX
T E T T E EE E TH T
EPYEPOPDZSZUFPOMBZWPFUPZHMDJUDTMOHMQ
E E E T T E THE ET

Known Ciphertext Attack
Cifrario a sostituzione

Simboli con alta frequenza: S, U, O, M e H
lettere inglesi con alta frequenza: a,i,n,o,r,s
Sequenza: TH_T … se fosse una parola … THAT … S=A?
Lettera iniziale U seguita da T … it,nt,ot,rt,st … U=I?

UZQSOVUOHXMOPVGPOZPEVSGZWSZOPFPESXUDBMETSX
IT A I E E TE A THAT E E A I
AIZVUEPHZMDZSHZOWSFPAPPDTSVPQUZWYMXUZUHSX
T I E TA T A E EE A E ITH ITI A
EPYEPOPDZSZUFPOMBZWPFUPZHMDJUDTMOHMQ
E E E TATI E THE IET I

Known Ciphertext Attack
Cifrario a sostituzione

Sequenza: _ITH … probabilmente è WITH … Q=W?
Il messaggio inizia con: IT WA_ … IT WAS? Quindi O=S?

Se si sa che si sta parlando del Vietcong … la sequenza IET … potrebbe far parte di VIETCONG

UZQSOVUOHXMOPVGPOZPEVSGZWSZOPFPESXUDBMETSX
IT WAS DISCLOSED YESTERDAY THAT SEVERAL INFORMAL
AIZ VUEPHZ HMDZSHZOWSFPAPPD TSVP QUZWYMXUZUHSX
BUT DIRECT CONTACTS HAVE BEEN MADE WITH POLITICAL
EPYEPOPDZSZUFPOMBZWPFUPZHMDJUDTMOHMQ
REPRESENTATIVES OF THE VIETCONG IN MOSCOW

Known Plaintext Attack
Cifrario di Hill

- Supponiamo di conoscere m coppie (P_j,C_j) dove $C_j=K\times P_j$
  - La chiave K è una matrice mxm
- Si considerino le matrici
  - $X=(p_{ij})$ ogni riga ha uno dei testi in chiaro
  - $Y=(c_{ij})$ ogni riga ha uno dei testi cifrati
- $Y=K\times X$ e quindi $K = Y\times X^{-1}$
  - Se X non è invertibile occorrono altre coppie P_i/C_i fino ad avere X invertibile

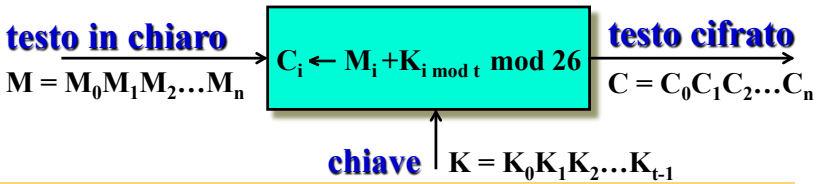
Known Plaintext Attack
Cifrario di Hill

Sia PQCFKU la cifratura Hill di FRIDAY per m=2
- FR=(5,17) → PQ=(15,16)
- ID=(8,3) → CF=(2,5)

- Si ha $\underset{Y}{\begin{pmatrix}15 & 2\\ 16 & 5\end{pmatrix}} = K \underset{X}{\begin{pmatrix}5 & 8\\ 17 & 3\end{pmatrix}} \bmod 26$
- $X^{-1} = \begin{pmatrix}9 & 2\\ 1 & 15\end{pmatrix}$ $K = Y\times X^{-1} = \begin{pmatrix}7 & 8\\ 19 & 3\end{pmatrix}$

Cifrari a sostituzione polialfabetica

Cifrario di Vigenère [1586] (Blaise de Vigenère, 1523-1596)

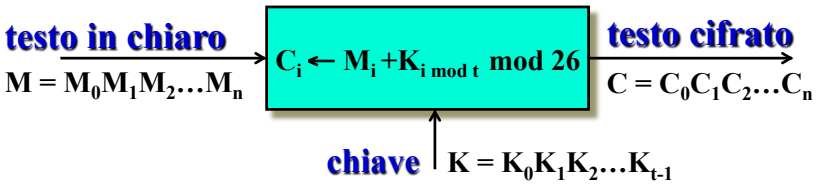


Testo in chiaro: CODICE MOLTO SICURO Chiave: REBUS

CODIC	EMOLT	OSICU	RO	testo in chiaro
REBUS	REBUS	REBUS	RE	chiave
TSECU	VQPFL	FWJWM	IS	testo cifrato

Cifrari a sostituzione polialfabetica

Cifrario di Vigenère [1586] (Blaise de Vigenère, 1523-1596)



- Considerato inviolabile per molto tempo
- Numero possibili chiavi = 26^t
- Crittoanalisi: Known Ciphertext Attack

Known Ciphertext Attack
Cifrario di Vigenère

- Determinare la lunghezza t della chiave
  - Test di Kasiski: studio delle ripetizioni
- Dividere il testo cifrato in t sottotesti
  - Ogni sottotesto corrisponde ad un cifrato con shift
- Effettuare l'analisi delle frequenze per ognuno dei sottotesti

Test di Kasiski

Friedrich Kasiski [1863]

testo cifrato ...WPIXFGHDAFNV TV... KLXFGLQ

Test di Kasiski

Friedrich Kasiski [1863]

testo cifrato ...WPIXFGHDAFNV TV... KLXFGLQ

XFG cifra lo stesso testo in chiaro!

Test di Kasiski

Friedrich Kasiski [1863]

testo cifrato ...WPIXFGHDAFNV TV... KLXFGLQ

XFG cifra lo stesso testo in chiaro!

La distanza tra le "X" è un multiplo di t

Test di Kasiski

Friedrich Kasiski [1863]

testo cifrato ...WPIXFGHDAFNV TV... KLXFGLQ

XFG cifra lo stesso testo in chiaro!

La distanza tra le "X" è un multiplo di t

Siano $d_1, d_2, \ldots, d_h$ le distanze tra le "X" di "XFG"
allora $\gcd(d_1, d_2, \ldots, d_h)$ è multiplo di t

Test di Kasiski

Data la chiave RUN:

R U N R U N R U N R U N R U N R U N R U N R U N R U N R U N
t o b e o r n o t t o b e t h a t i s t h e q u e s t
K I O V I E E I G K I O V N U R N V J N U V K H V M G
9 characters
6 characters

ogni volta che la stringa RUNR cifra la stringa *to be*, si ha lo stesso testo cifrato KIOV

gcd(9,6)=3 è un multiplo di t

Indice di coincidenza

Definito da Wolfe Friedman [1920]

Indice di coincidenza di una stringa $x_1x_2\ldots x_n$

$IC(x_1x_2\ldots x_n)$ = probabilità che due caratteri, presi a caso in $x_1x_2\ldots x_n$, siano uguali

Indice di coincidenza

Definito da Wolfe Friedman [1920]

Indice di coincidenza di una stringa $x_1x_2\ldots x_n$

$IC(x_1x_2\ldots x_n)$ = probabilità che due caratteri, presi a caso in $x_1x_2\ldots x_n$, siano uguali

Esempi: IC(MONO) = 1/6

IC(ALFA) = 1/6

IC(GAMMA) = 2/24 = 1/12

Indice di coincidenza

Definito da Wolfe Friedman [1920]

Indice di coincidenza di una stringa $x_1x_2\ldots x_n$

$IC(x_1x_2\ldots x_n)$ = probabilità che due caratteri, presi a caso in $x_1x_2\ldots x_n$, siano uguali

$$= \frac{\sum_{i=0}^{25}\binom{f_i}{2}}{\binom{n}{2}} = \frac{\sum_{i=0}^{25} f_i(f_i-1)}{n(n-1)}$$

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ è il numero di modi di scegliere un sottoinsieme di k oggetti da un insieme di n oggetti

f_i = numero occorrenze carattere i

Indice di coincidenza

Se $x_1x_2\ldots x_n$ è un testo in Inglese

Allora $IC(x_1x_2\ldots x_n) \approx \sum_{i=0}^{25} p_i^2 = 0.065$

p_i = probabilità carattere i in Inglese

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
7,3	1,3	3,5	4,3	12,8	3,0	2,0	3,5	7,8	0,3	0,5	3,7	2,8	7,8	7,5	2,8	0,5	8,5	6,0	9,3	3,0	1,5	1,5	0,5	2,3	0,3
p_0	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}	p_{15}	p_{16}	p_{17}	p_{18}	p_{19}	p_{20}	p_{21}	p_{22}	p_{23}	p_{24}	p_{25}

Infatti, la probabilità che

- entrambi siano AA è p_0p_0
- entrambi siano BB è p_1p_1
- ...

Indice di coincidenza

Se $x_1x_2\ldots x_n$ è un testo in Inglese

Allora $IC(x_1x_2\ldots x_n) \approx \sum_{i=0}^{25} p_i^{\,2} = 0.065$

p_i = probabilità carattere i in Inglese

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
7,3	1,3	3,5	4,3	12,8	3,0	2,0	3,5	7,8	0,3	0,5	3,7	2,8	7,8	7,5	2,8	0,5	8,5	6,0	9,3	3,0	1,5	1,5	0,5	2,3	0,3
p_0	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}	p_{15}	p_{16}	p_{17}	p_{18}	p_{19}	p_{20}	p_{21}	p_{22}	p_{23}	p_{24}	p_{25}

Se $x_1x_2\ldots x_n$ sono caratteri scelti a caso

Allora $IC(x_1x_2\ldots x_n) \approx \sum_{i=0}^{25}\left(\frac{1}{26}\right)^2 = 0.038$

Indice di coincidenza

Se $x_1x_2\ldots x_n$ è un testo in Italiano

Allora $IC(x_1x_2\ldots x_n) \approx \sum_{i=0}^{25} p_i^{\,2} = 0.075$

p_i = probabilità carattere i in Inglese

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
7,3	1,3	3,5	4,3	12,8	3,0	2,0	3,5	7,8	0,3	0,5	3,7	2,8	7,8	7,5	2,8	0,5	8,5	6,0	9,3	3,0	1,5	1,5	0,5	2,3	0,3
p_0	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}	p_{15}	p_{16}	p_{17}	p_{18}	p_{19}	p_{20}	p_{21}	p_{22}	p_{23}	p_{24}	p_{25}

Se $x_1x_2\ldots x_n$ sono caratteri scelti a caso

Allora $IC(x_1x_2\ldots x_n) \approx \sum_{i=0}^{25}\left(\frac{1}{26}\right)^2 = 0.038$

Ipotesi t=1?

testo cifrato $C_0C_1\ldots C_n$

Se $t = 1$ allora $IC(C_0C_1\ldots C_n) = IC(M_0M_1\ldots M_n)$

$$IC(C_0C_1\ldots C_n) \approx \begin{cases} 0.075 & \text{se } t=1 \\ 0.038 & \text{se } t\neq 1 \end{cases}$$

Comunque lontano da 0.075

Ipotesi t=2?

testo cifrato $C_0C_1\ldots C_n$

Se $t = 2$ allora $IC(C_0C_2\ldots) = IC(M_0M_2\ldots)$
$IC(C_1C_3\ldots) = IC(M_1M_3\ldots)$

$$\begin{matrix} IC(C_0C_2\ldots) \approx \\ IC(C_1C_3\ldots) \approx \end{matrix} \begin{cases} 0.075 & \text{se } t=2 \\ 0.038 & \text{se } t\neq 2 \end{cases}$$

Comunque lontano da 0.075

Ipotesi t=3?

testo cifrato $C_0C_1\ldots C_n$

Se $t = 3$ allora $IC(C_0C_3\ldots) = IC(M_0M_3\ldots)$

$IC(C_1C_4\ldots) = IC(M_1M_4\ldots)$

$IC(C_2C_5\ldots) = IC(M_2M_5\ldots)$

$$\left.\begin{array}{l} IC(C_0C_3\ldots) \\ IC(C_1C_4\ldots) \\ IC(C_2C_5\ldots) \end{array}\right\} \approx \begin{cases} 0.075 & \text{se } t=3 \\ 0.038 & \text{se } t\neq 3 \end{cases}$$

Comunque lontano da 0.075

Esempio

```
RLEYFBDOQSMCATCEZCBAPTHRJPCGRONVZMCHZOEBPKRNRVVCNHFEEACOZNGS
SIOGHFUIZCOKIGIUKONGFEIRUPCFVOTVCBBERDRZMFSCCSXEESFUEYFJVNGF
BIEQWRLEYZJMIRBRLAFWBLNGFBKTBOSVSGFJEGRFTZENDSVNQSSTOEGPVFVU
VIAQWGZUZSUIAHBQIOZCOKOEWPRDRGUIARIORMCWBTOFHJVRNRBCLNZUIACO
SKERWMGOAHFTHRWWZCBBHZUAUFCEQIFIIISQRRPVFIEARBJAZQPIPVITVNFW
CZLROMCOPQIZODIFJTNHSRSSCSDAMWPEERGFXNVWMGUAHPZNPIJZLYOHFCRG
TREYOEUAEWDFMVBDZACSSIICWHCINFQFIACNVDVZBXOQCWVLRFJMENZMFNGO
ORNQCTZDVBVFVBZBJCVOOCAPEVRDVGUVNQSSJIRFBCLRBURRFWJENHCWZGBZ
GZEVBOLOIWTVNVZBTOFHJVRNTPIMNHBUAYRFGOFWUFDVHSVGECTJIGCSIEAH
JJCRBEVACDPXGVOURAQIFDOAHJTOAHJXUVZVEOQSUKOVZTRNZOSKIACMRLGF
PTOAJPTEYCNSAERBZLESTVGBBFUAVAPCTVQPTUMNPCIVBGZLNQIVIAJFIOYC
GRNACTFMVUMZAESBLNNGFXAGOMTHRBPEEPVJRLCFJDOISEVRYCQLRPVFJINR
JWRBBUVCBAFGEESTVMCWPUIFIMVMHFBUIZWMRNBQIVGHOSUAACBJEGHFETEW
PEEACOCOQWTTEEBBKOFHPRUAHBCCBBUIAFGFXNBWOHURZMRLHBHREIOTKATW
PXAVOERGYWBCTEWNFNGWEZNBAFGIHCTTUECFUISCSDACWVTOZIOVPRFVEBHC
OGEMNPCAPCTKAFOMVCBBVEPRBEZOYSOKORQPETVBVFPBWTZRBAQVIADPXGVS
JEVNZMFNPSMCIVBFITRSJEIFDJRNNHFJEPCOUOYCTJAGISRDRRVVMBBUZEVZ
```


Indice di coincidenza

- t = 1 ? $IC(C_0C_1\ldots C_n) = 0.045$

Indice di coincidenza

- t = 1 ? $IC(C_0C_1\ldots C_n) = 0.045$
- t = 2 ? $\begin{cases} IC(C_0C_2\ldots) = 0.0463 \\ IC(C_1C_3\ldots) = 0.0438 \end{cases}$

Indice di coincidenza

- t = 1 ? $IC(C_0C_1\ldots C_n) = 0.045$
- t = 2 ?
  - $IC(C_0C_2\ldots) = 0.0463$
  - $IC(C_1C_3\ldots) = 0.0438$
- t = 3 ?
  - $IC(C_0C_3\ldots) = 0.0431$
  - $IC(C_1C_4\ldots) = 0.0459$
  - $IC(C_2C_5\ldots) = 0.0456$

Indice di coincidenza

- t = 1 ? $IC(C_0C_1\ldots C_n) = 0.045$
- t = 2 ?
  - $IC(C_0C_2\ldots) = 0.0463$
  - $IC(C_1C_3\ldots) = 0.0438$
- t = 3 ?
  - $IC(C_0C_3\ldots) = 0.0431$
  - $IC(C_1C_4\ldots) = 0.0459$
  - $IC(C_2C_5\ldots) = 0.0456$
- t = 4 ?
  - $IC(C_0C_4\ldots) = 0.0448$
  - $IC(C_1C_5\ldots) = 0.0421$
  - $IC(C_2C_6\ldots) = 0.0495$
  - $IC(C_3C_7\ldots) = 0.0437$

Indice di coincidenza

- t = 5 ?
  - $IC(C_0C_5\ldots) = 0.0710$
  - $IC(C_1C_6\ldots) = 0.0721$
  - $IC(C_2C_7\ldots) = 0.0805$
  - $IC(C_3C_8\ldots) = 0.0684$
  - $IC(C_4C_9\ldots) = 0.0759$

Tutti vicini a 0.075

t = 5

Cifrario di Vigenère: Crittoanalisi

- Determinare la lunghezza della chiave t
  - uso dell'indice di coincidenza
- Determinare il valore della chiave $K_0K_1K_2\ldots K_{t-1}$

  uso dell'indice mutuo di coincidenza
  - K_0 usato per $C_0\, C_t\, C_{2t}\ldots$
  - K_1 usato per $C_1\, C_{t+1}\, C_{2t+1}\ldots$
  - ...
  - K_{t-1} usato per $C_{t-1}\, C_{2t-1}\, C_{3t-1}\ldots$

Indice mutuo di coincidenza

Indice mutuo di coincidenza di $x_1x_2\ldots x_n$ e $y_1y_2\ldots y_{n'}$

$IMC(x_1x_2\ldots x_n; y_1y_2\ldots y_{n'})$ = probabilità che un carattere in $x_1x_2\ldots x_n$, ed uno in $y_1y_2\ldots y_{n'}$, presi a caso, siano uguali

Indice mutuo di coincidenza

Indice mutuo di coincidenza di $x_1x_2\ldots x_n$ e $y_1y_2\ldots y_{n'}$

$IMC(x_1x_2\ldots x_n; y_1y_2\ldots y_{n'})$ = probabilità che un carattere in $x_1x_2\ldots x_n$, ed uno in $y_1y_2\ldots y_{n'}$, presi a caso, siano uguali

Esempi: IMC(CIA;CIAO) = 3/12 = 1/4
IMC(ALFA;GAMMA) = 4/20

Indice mutuo di coincidenza

Indice mutuo di coincidenza di $x_1x_2\ldots x_n$ e $y_1y_2\ldots y_{n'}$

$IMC(x_1x_2\ldots x_n; y_1y_2\ldots y_{n'})$ = probabilità che un carattere in $x_1x_2\ldots x_n$, ed uno in $y_1y_2\ldots y_{n'}$, presi a caso, siano uguali

$$= \frac{\sum_{i=0}^{25} f_i \cdot f'_i}{n \cdot n'}$$

f_i = numero occorrenze carattere "i" in $x_1x_2\ldots x_n$
f'_i = numero occorrenze carattere "i" in $y_1y_2\ldots y_{n'}$

Indice mutuo di coincidenza

Quale è il valore medio di $IMC(C_0C_tC_{2t}\ldots; C_1C_{t+1}C_{2t+1}\ldots)$?

Indice mutuo di coincidenza

Quale è il valore medio di IMC($C_0C_tC_{2t}$ …; $C_1C_{t+1}C_{2t+1}$…) ?

Probabilità di prendere *AA* = $p_{-K_0}\,p_{-K_1}$

Probabilità di prendere *BB* = $p_{1-K_0}\,p_{1-K_1}$

…

Indice mutuo di coincidenza

Quale è il valore medio di IMC($C_0C_tC_{2t}$ …; $C_1C_{t+1}C_{2t+1}$…) ?

Probabilità di prendere *AA* = $p_{-K_0}\,p_{-K_1}$

Probabilità di prendere *BB* = $p_{1-K_0}\,p_{1-K_1}$

Probabilità di prendere *CC* = $p_{2-K_0}\,p_{2-K_1}$

…

Indice mutuo di coincidenza

Quale è il valore medio di IMC($C_0C_tC_{2t}$ …; $C_1C_{t+1}C_{2t+1}$…) ?

Probabilità di prendere *AA* = $p_{-K_0}\,p_{-K_1}$

Probabilità di prendere *BB* = $p_{1-K_0}\,p_{1-K_1}$

Probabilità di prendere *CC* = $p_{2-K_0}\,p_{2-K_1}$

…

$$\mathrm{IMC}(C_0C_tC_{2t}\ldots;\, C_1C_{t+1}C_{2t+1}\ldots) \approx \sum_{i=0}^{25} p_{i-K_0}\,p_{i-K_1} = \sum_{h=0}^{25} p_h\,p_{h+K_0-K_1}$$

Dipende solo dallo shift relativo delle due stringhe: K_0-K_1 mod 26

Uno shift relativo di ℓ ha la stessa stima di 26- ℓ infatti: $\sum_{h=0}^{25} p_h p_{h+\ell} = \sum_{h=0}^{25} p_h p_{h-\ell}$

Indice mutuo di coincidenza

valore di K_0-K_1	media IMC
0	0.065
1, 25	0.039
2, 24	0.032
3, 23	0.034
4, 22	0.044
5, 21	0.033
6, 20	0.036
7, 19	0.039
8, 18	0.034
9, 17	0.034
10, 16	0.038
11, 15	0.045
12, 14	0.039
13	0.043

K_0-K_1= 0 ⇒ media IMC = 0.065

K_0-K_1≠ 0 ⇒ media IMC ≤ 0.045

Inglese

Indice mutuo di coincidenza

valore di K_0-K_1	media IMC
0	0.075
1, 25	0.033
2, 24	0.034
3, 23	0.034
4, 22	0.047
5, 21	0.027
6, 20	0.032
7, 19	0.026
8, 18	0.027
9, 17	0.023
10, 16	0.024
11, 15	0.027
12, 14	0.015
13	0.021

K_0-K_1= 0 $\Rightarrow$ media IMC = 0.075

K_0-K_1≠ 0 $\Rightarrow$ media IMC ≤ 0.047

Italiano

Ipotesi K_0-K_1=0?

testo cifrato $C_0C_1\ldots C_n$

Se K_0-K_1= 0 allora IMC($C_0C_t\ldots$; $C_1C_{t+1}\ldots$) ≈ 0.075

Ipotesi K_0-K_1=0?

testo cifrato $C_0C_1\ldots C_n$

Se K_0-K_1= 0 allora IMC($C_0C_t\ldots$; $C_1C_{t+1}\ldots$) ≈ 0.075

$$\text{IMC}(C_0C_t\ldots;\ C_1C_{t+1}\ldots)\begin{cases}\approx 0.075 & \text{se } K_0\text{-}K_1=0\\ \lessapprox 0.047 & \text{se } K_0\text{-}K_1\neq 0\end{cases}$$

Ipotesi K_0-K_1=1?

testo cifrato $C_0C_1\ldots C_n$

Ipotesi K_0-K_1=1?

testo cifrato $C_0C_1\ldots C_n$

$Y_i \leftarrow C_i - 1 \bmod 26$

Se K_0-K_1= 1 allora $IMC(Y_0Y_t\ldots; C_1C_{t+1}\ldots) \approx 0.075$

$$IMC(Y_0Y_t\ldots; C_1C_{t+1}\ldots) \begin{cases} \approx 0.075 & \text{se } K_0\text{-}K_1 = 1 \\ \lessapprox 0.047 & \text{se } K_0\text{-}K_1 \neq 1 \end{cases}$$

Ipotesi K_0-K_1=2?

testo cifrato $C_0C_1\ldots C_n$

Ipotesi K_0-K_1=2?

testo cifrato $C_0C_1\ldots C_n$

$Y_i \leftarrow C_i - 2 \bmod 26$

Se K_0-K_1= 1 allora $IMC(Y_0Y_t\ldots; C_1C_{t+1}\ldots) \approx 0.075$

$$IMC(Y_0Y_t\ldots; C_1C_{t+1}\ldots) \begin{cases} \approx 0.075 & \text{se } K_0\text{-}K_1 = 2 \\ \lessapprox 0.047 & \text{se } K_0\text{-}K_1 \neq 2 \end{cases}$$

Ipotesi K_0-K_1=3?

testo cifrato $C_0C_1\ldots C_n$

$Y_i \leftarrow C_i - 3 \bmod 26$

Se K_0-K_1= 1 allora $IMC(Y_0Y_t\ldots; C_1C_{t+1}\ldots) \approx 0.075$

$$IMC(Y_0Y_t\ldots; C_1C_{t+1}\ldots) \begin{cases} \approx 0.075 & \text{se } K_0\text{-}K_1 = 3 \\ \lessapprox 0.047 & \text{se } K_0\text{-}K_1 \neq 3 \end{cases}$$

Determinare la chiave

- $K_0-K_1= 5$
- $K_1-K_2= 6$
- $K_2-K_3= 9$
- ...
- $K_{t-2}-K_{t-1}= 5$

} t-1 equazioni in t incognite

Riesco ad esprimere tutti i K_i in funzione di K_0 !

Determinare la chiave

- $K_0-K_1= 5$
- $K_1-K_2= 6$
- $K_2-K_3= 9$
- ...
- $K_{t-2}-K_{t-1}= 5$

} t-1 equazioni in t incognite

Riesco ad esprimere tutti i K_i in funzione di K_0 !

Quanto vale K_0 ?

Determinare la chiave

- $K_0-K_1= 5$
- $K_1-K_2= 6$
- $K_2-K_3= 9$
- ...
- $K_{t-2}-K_{t-1}= 5$

} t-1 equazioni in t incognite

Riesco ad esprimere tutti i K_i in funzione di K_0 !

Quanto vale K_0 ?

Provo tutti i possibili 26 valori !

Cifrario di Vigenère: Crittoanalisi

- Determinare la lunghezza della chiave t
  - uso dell'indice di coincidenza
- Determinare il valore della chiave $K_0K_1K_2...K_{t-1}$
  - calcolo delle differenze K_0-K_1, K_1-K_2 , ..., $K_{t-2}-K_{t-1}$
    uso dell'indice mutuo di coincidenza
  - calcolo di K_0: prova le 26 possibilità

Esempio: Determinare la chiave

K_1-K_0

Ipotesi K_1-K_0=0

.0325 .0415 .0422 .0436 .0385 .0444 .0388 .0390 .0347
.0350 .0404 .0315 .0419 .0398 .0370 .0380 .0703 .0314
.0346 .0356 .0436 .0269 .0327 .0298 .0381 .0371

Ipotesi K_1-K_0=25

Esempio: Determinare la chiave

K_1-K_0 = 16

.0325 .0415 .0422 .0436 .0385 .0444 .0388 .0390 .0347
.0350 .0404 .0315 .0419 .0398 .0370 .0380 .0703 .0314
.0346 .0356 .0436 .0269 .0327 .0298 .0381 .0371

K_2-K_0 = 25

.0326 .0341 .0345 .0365 .0245 .0367 .0284 .0393 .0394
.0373 .0358 .0432 .0439 .0399 .0382 .0363 .0334 .0315
.0355 .0449 .0384 .0518 .0403 .0313 .0370 .0738

Esempio: Determinare la chiave

K_3-K_0 = 12

.0380 .0407 .0370 .0381 .0295 .0330 .0415 .0361 .0423
.0411 .0330 .0411 .0705 .0364 .0324 .0361 .0460 .0301
.0321 .0316 .0397 .0355 .0354 .0423 .0390 .0403

K_4-K_0 = 13

.0401 .0393 .0379 .0353 .0345 .0273 .0357 .0461 .0371
.0439 .0420 .0288 .0412 .0737 .0352 .0350 .0401 .0401
.0328 .0387 .0311 .0403 .0368 .0348 .0370 .0340

K_2-K_1 = 9

.0361 .0328 .0311 .0389 .0334 .0533 .0355 .0390 .0286
.0741 .0328 .0437 .0325 .0415 .0272 .0406 .0284 .0378
.0428 .0382 .0446 .0380 .0463 .0358 .0395 .0260

K_3-K_1 = 22

.0465 .0302 .0369 .0320 .0391 .0410 .0361 .0488 .0354
.0447 .0351 .0440 .0297 .0429 .0318 .0309 .0336 .0327
.0442 .0347 .0362 .0328 .0721 .0344 .0412 .0318

Esempio: Determinare la chiave

K_4-K_1 = 23

.0355 .0419 .0339 .0436 .0320 .0408 .0423 .0371 .0470
.0334 .0434 .0374 .0414 .0295 .0400 .0296 .0317 .0375
.0328 .0434 .0355 .0322 .0314 .0711 .0330 .0415

K_3-K_2 = 14

.0443 .0393 .0421 .0358 .0426 .0318 .0269 .0392 .0318
.0378 .0321 .0363 .0372 .0724 .0348 .0354 .0342 .0533
.0364 .0391 .0324 .0373 .0358 .0315 .0419 .0360

K_4-K_2 = 13

.0353 .0453 .0415 .0367 .0310 .0374 .0296 .0307 .0446
.0303 .0350 .0321 .0321 .0376 .0779 .0343 .0343 .0357
.0470 .0397 .0478 .0344 .0388 .0369 .0329 .0399

K_4-K_3 = 1

.0382 .0736 .0368 .0349 .0367 .0414 .0390 .0434 .0293
.0336 .0420 .0351 .0427 .0329 .0388 .0361 .0427 .0327
.0366 .0317 .0326 .0402 .0367 .0450 .0345 .0319

Esempio: Determinare la chiave

- $K_0-K_1 = 10$
- $K_0-K_2 = 1$
- $K_0-K_3 = 14$
- $K_0-K_4 = 13$
- $K_1-K_2 = 17$
- $K_1-K_3 = 4$
- $K_1-K_4 = 3$
- $K_2-K_4 = 12$
- $K_2-K_3 = 13$
- $K_3-K_4 = 25$

Esempio: Determinare la chiave

- $K_0-K_1 = 10$
- ~~$K_0-K_2 = 1$~~
- ~~$K_0-K_3 = 14$~~
- ~~$K_0-K_4 = 13$~~
- $K_1-K_2 = 17$
- ~~$K_1-K_3 = 4$~~
- ~~$K_1-K_4 = 3$~~
- ~~$K_2-K_4 = 12$~~
- $K_2-K_3 = 13$
- $K_3-K_4 = 25$

Eliminare le dipendenze lineari

Esempio: $K_0-K_3=14$ è linearmente dipendente da $K_0-K_1=10$ e $K_1-K_3=4$

Esempio: Determinare la chiave

- $K_0-K_1 = 10$
- ~~$K_0-K_2 = 1$~~
- ~~$K_0-K_3 = 14$~~
- ~~$K_0-K_4 = 13$~~
- $K_1-K_2 = 17$
- ~~$K_1-K_3 = 4$~~
- ~~$K_1-K_4 = 3$~~
- ~~$K_2-K_4 = 12$~~
- $K_2-K_3 = 13$
- $K_3-K_4 = 25$

$$K_1 = K_0 - 10$$
$$K_2 = K_1 - 17 = K_0 - 1$$
$$K_3 = K_2 - 13 = K_0 - 14$$
$$K_4 = K_3 - 25 = K_0 - 13$$

Esempio: Determinare la chiave

$$K_1 = K_0 - 10$$
$$K_2 = K_1 - 17 = K_0 - 1$$
$$K_3 = K_2 - 13 = K_0 - 14$$
$$K_4 = K_3 - 25 = K_0 - 13$$

$K_0 = 1$
$K_1 = 17$
$K_2 = 0$
$K_3 = 13$
$K_4 = 14$

B
R
A
N
O

Esempio: Testo in chiaro

QUELRAMODELLAGODICOMOCHEVOLGEAMEZZOGIORNOTRADUECATENENONINTE
RROTTEDIMONTITUTTOASENIEGOLFIASECONDADELLOSPORGEREEDELRIENTR
AREDIQUELLIVIENQUASIAUNTRATTOARESTRINGERSIEAPRENDERCORSOEFIG
URADIFIUMETRAUNPROMONTORIOADESTRAEUNAMPIACOSTIERADALLALTRAPA
RTEEILPONTECHEIVICONGIUNGELEDUERIVEPARCHERENDASAMCORPIUSENSI
BILEALLOCCHIOQUESTATRASFORMAZIONEESEGNIILPUNTOINCUIILLAGOCES
SAELADDARICOMINCIAPERRIPIGLIARPOINOMEDILAGODOVELERIVEALLONTA
NANDOSIDINUOVOLASCIANLACQUADISTENDERSIERALLENTARSIINNUOVIGOL
FIEINNUOVISENILACOSTIERAFORMATADALDEPOSITODITREGROSSITORRENT
ISCENDEAPPOGGIATAADUEMONTICONTIGUILUNODETTOILSANMARTINOLALTR
OCONVOCELOMBARDAILRESEGONEDAIMOLTICOCUZZOLIINFILACHEINVEROLO
FANNOSOMIGLIAREAUNASEGATALCHENONECHIALPRIMOVEDERLOPURCHESIAD
IFRONTECOMEPERESEMPIODISULEMURADIMILANOCHEGUARDANOASETTENTRI
ONENONLODISCERNATOSTOAUNTALCONTRASSEGNOINQUELLALUNGAEVASTAGI
OGAIADAGLIALTRIMONTIDINOMEPIUOSCUROEDIFORMAPIUCOMUNEPERUNBUO
NPEZZOLACOSTASALECONUNPENDIOLENTOECONTINUOPOISIROMPEINPOGGIE
INVALLONCELLIINERTEEINISPIANATESECONDOLOSSATURADEDUEMONTIEIL

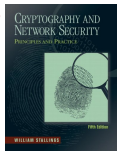
Esercizio

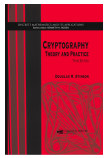
Resistenza del Cifrario di Vigenère rispetto a

Known Plaintext Attack

Bibliografia

- Cryptography and Network Security by W. Stallings, 2010
  - cap. 2
- Cryptography: Theory and Practice, by D. Stinson (2005)
  - cap. 1
- Tesina su crittografia classica
  - http://www.dia.unisa.it/professori/ads/
    - Sicurezza su reti, a.a. 1995-1996





Domande?